

Abbildung 7: Absorptionsquerschnitt σ gegen Wellenzahl für verschiedene CO_2 -Konzentrationen (logarithmiert, ungeglättet)

3 Ermittlung der Rohwerte der IPCC-RF-Formel mit Hilfe von MODTRAN

Eine Berechnung des Absorptionsquerschnitts der vom IPCC zur Verfügung gestellten Daten führt jedoch zu gänzlich anderen Ergebnissen. Zu diesem Zweck sind jedoch die konzentrations- und wellenabhängigen Absorptions-Rohdaten erforderlich, welche vom IPCC für seine Modelle verwendet werden. Die entsprechenden Daten werden im Rahmen des MODTRAN-Projekts zur Verfügung gestellt.

MODTRAN (MODerate resolution atmospheric TRANsmission) ist ein computergestütztes Werkzeug, das in der Atmosphärenforschung weit verbreitet ist, um die Transmission, Emission und Streuung von Strahlung in der Atmosphäre zu modellieren (Abb. 8). Die Durchlässigkeit der Atmosphäre wird simuliert, sodass die Berechnung von Strahlungsflüssen möglich ist, welche für die Klimaforschung und die Fernerkundung von großer

Bedeutung sind (vgl. Berk et al., [1987](#), S. 11). MODTRAN wurde ursprünglich von der US Air Force entwickelt und wird seitdem kontinuierlich verbessert und aktualisiert. Das Modell berücksichtigt eine Vielzahl atmosphärischer Parameter, einschließlich Temperaturprofile, Feuchtigkeitsverteilungen und die Konzentrationen verschiedener Spurengase. Diese Parameter sind von entscheidender Bedeutung für die Berechnung der Strahlungstransporteigenschaften der Atmosphäre (vgl. Anderson et al., [2000](#), S. 100).

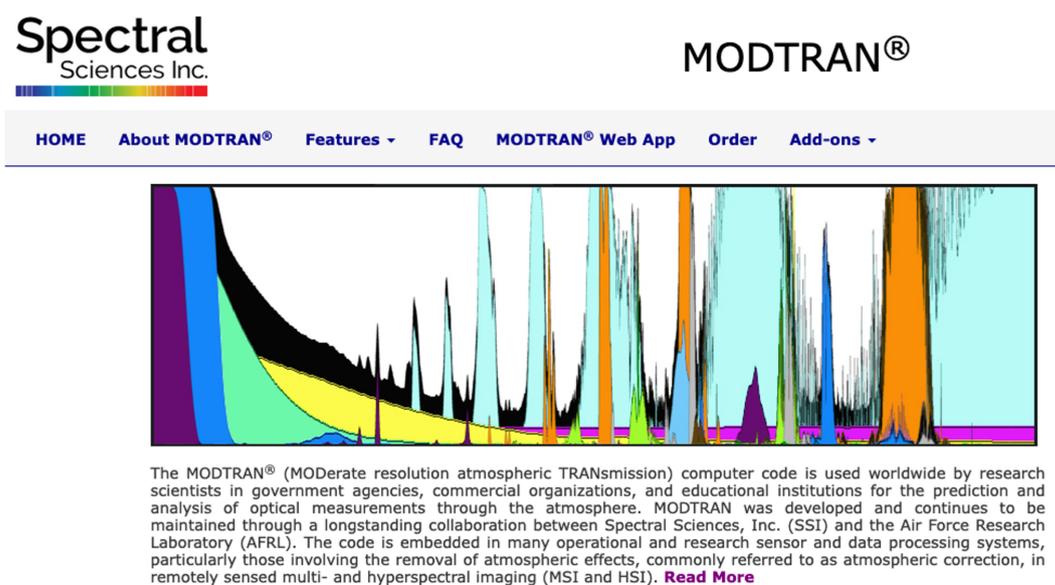


Abbildung 8: MODTRAN-Startseite

Im Rahmen der vorliegenden Analyse wurden die konzentrations- und wellenabhängigen Absorptions-Rohdaten aus dem MODTRAN-Webmodul exportiert. Das Webmodul erlaubt die Eingabe diverser Parameter, beispielsweise der CO_2 -Konzentration, des Wellenbereichs oder der Höhe der Luftsäule. Für jede Wellenzahl wird die absorbierte langwellige Strahlung in Watt pro Quadratmeter angezeigt. Die in diesem Wellenbereich emittierte langwellige Strahlung (analog zu einem 97-prozentigen Schwarzstrahler nach dem Plank'schen Strahlungsgesetz bei einer Temperatur von 294,2 K) ist sowohl als Grafik als auch als Rohdaten (im mitgelieferten JavaScript) verfügbar.

Um die konzentrations- und wellenabhängigen Rohdaten der in der Höhe h nach der Absorption in der Atmosphäre ankommenden langwelligen Strahlungen zu erhalten, müssen zunächst unterschiedliche CO_2 -Konzentrationen in das Interface eingegeben werden, wobei die Höhe der Atmosphäre ausgewählt werden kann (Abb. [9](#)). Alle übrigen Parameter sollten dabei konstant gehalten werden. Diese Vorgehensweise wird für eine Vielzahl von CO_2 -Konzentrationen wiederholt (Resultierende Beispielgrafiken: Siehe Abb. [10](#)).

Aus den Rohdaten wird eine Datentabelle erstellt, welche die unterschiedlichen Wellen-

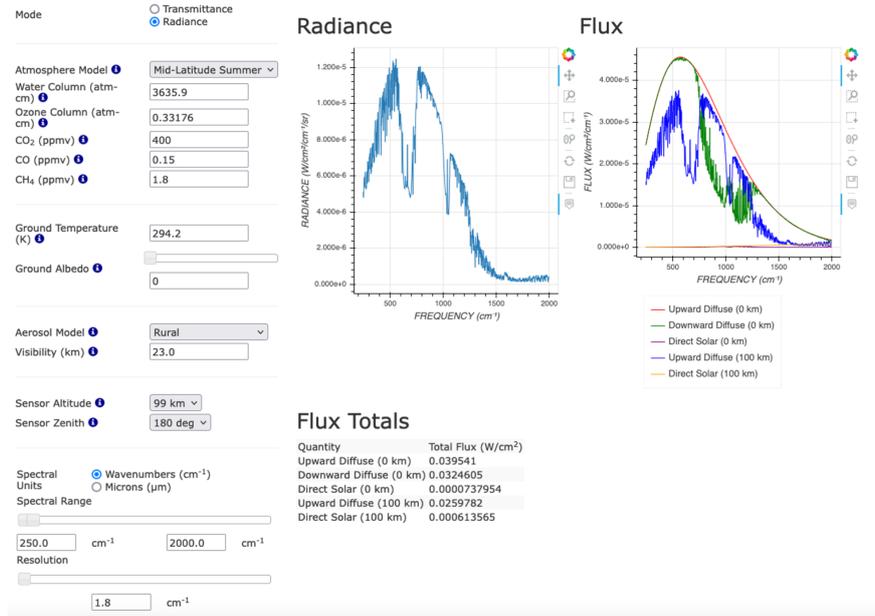


Abbildung 9: Interface der MODTRAN-Simulation

längen in Spalten und die verschiedenen Konzentrationen in Reihen aufweist. Dadurch lässt sich für jede Wellenlänge und Konzentration der Wert der in der Höhe h (hier das MODTRAN-Maximum von 100km) noch ankommenden langwelligen Strahlung ermitteln.

Aus der vorliegenden Datentabelle wird nun eine analoge Tabelle erstellt, welche die Absorption von Energie für spezifische Wellenlängen und Konzentrationen in der Atmosphäre darstellt. Die Berechnung der ausgehenden langwelligen Strahlung erfolgt gemäß der Methode von Modtran als anteilige spektrale Strahlendichte eines typischen Schwarzsstrahlers in $\text{W}/\text{m}^2/\text{m}^{-1}/\text{sr}$. Die Planck'sche Konstante, die Lichtgeschwindigkeit sowie die Boltzmann-Konstante wurden zur Berechnung herangezogen. Die Berechnung erfolgte gemäß folgender Formel (mit $T=294,2\text{ K}$ wie von MODTRAN vorgegeben):

$$B(\lambda, T) = 0.97 \cdot \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} \quad (2)$$

Im Folgenden ist der Nachweis zu erbringen, dass die aus MODTRAN exportierten Absorptions-Rohdaten der RF-Formel des IPCC gehorchen.

Adaptionsschleifen führten zu dem Ergebnis, dass MODTRAN von einem Schwarzsstrahler mit einer Strahlungsleistung von 97% ausgeht, was im Rahmen der in der Literatur

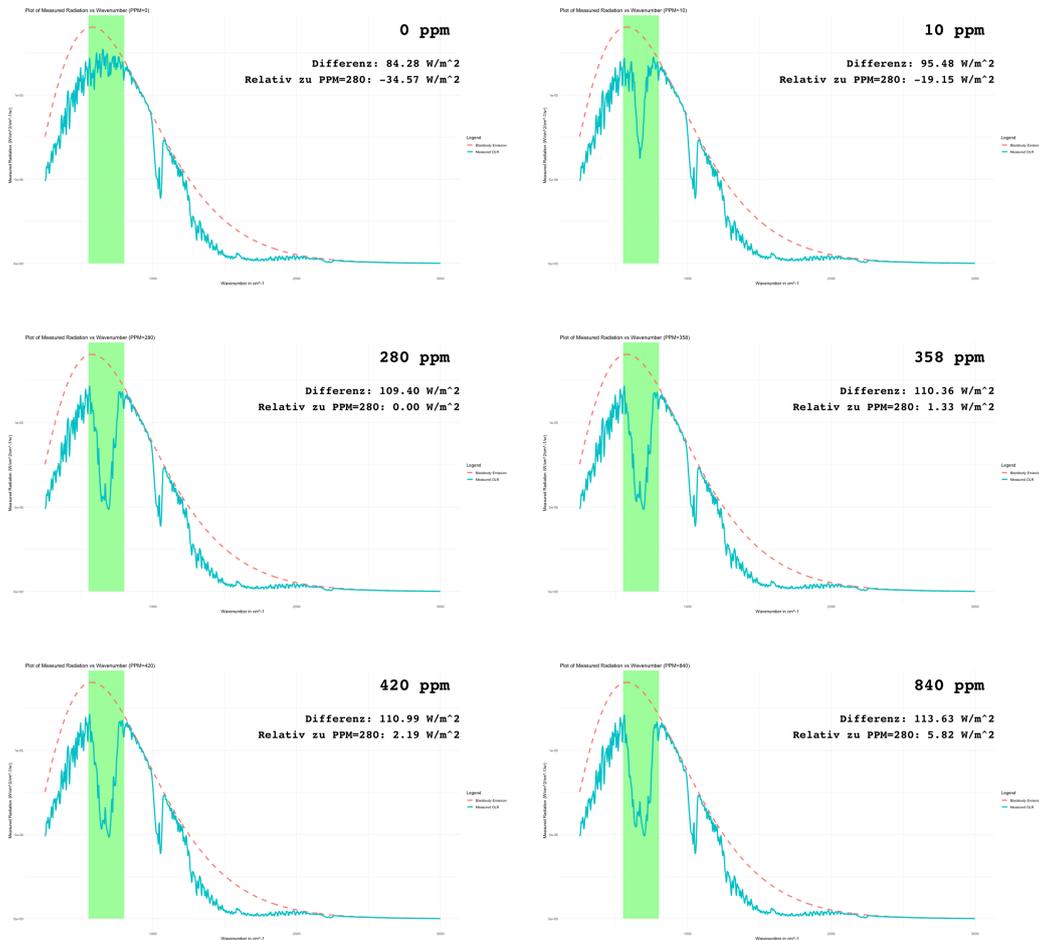


Abbildung 10: 6 Beispielgrafiken der von MODTRAN simulierten Absorption durch CO_2 im Bereich $12.5 - 18\mu m$.

angegebenen Werte liegt (Ramanathan und Vogelmann, [1997](#)). Die in einer Luftsäule absorbierte Energie gemäß IPCC/MODTRAN lässt sich nun aus der Differenz der bei dieser Frequenz von der Erde emittierten langwelligeren Strahlung und der bei der gewählten Höhe modellierten Restenergie berechnen:

Emittierte langwellige Strahlung (Abb. [11](#), rote Kurve):

$$A_{rote\ Kurve} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda, T) d\lambda \quad (3)$$

Modellierte langwellige Strahlung in 100 km Höhe laut MODTRAN (Abb. [11](#), blaue

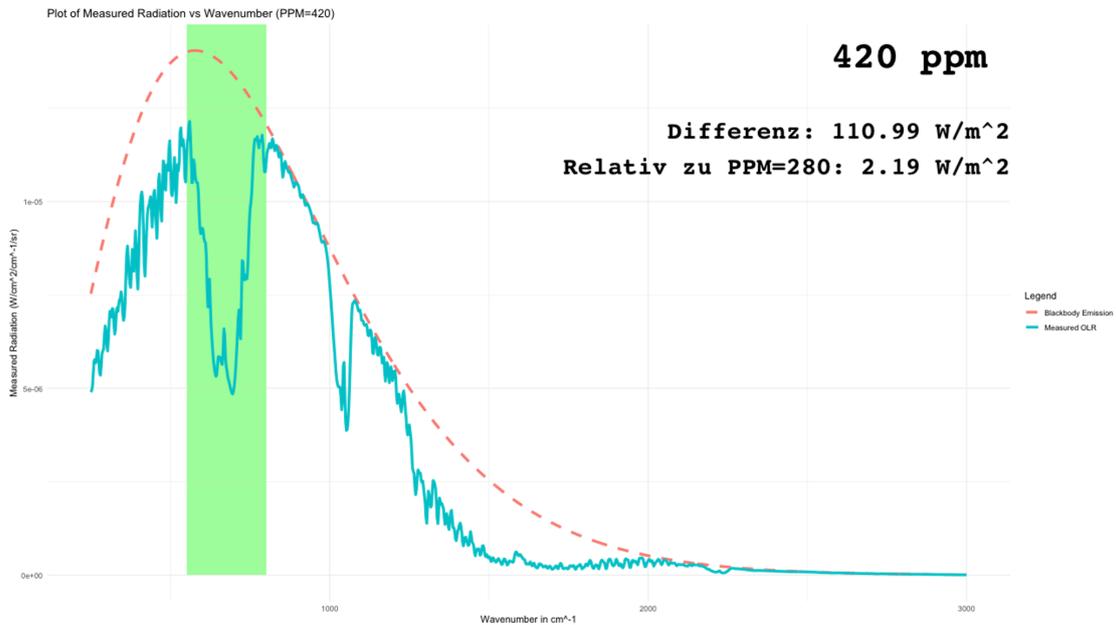


Abbildung 11: Emittierte langwellige Strahlung (rote Kurve) und modellierte messbare Strahlung in 100 km Höhe (MODTRAN, blaue Kurve)

Kurve):

Diese Fläche wurde mit Hilfe des Trapezverfahrens integriert. Das Trapezverfahren stellt eine numerische Methode zur Approximation eines Integrals dar. Der zu integrierende Bereich wird in eine Vielzahl kleiner Intervalle unterteilt, wobei die Flächen derjenigen Trapeze, die unter der Kurve liegen, summiert werden. Dazu wird wie folgt vorgegangen:

Zunächst wird der Bereich zwischen λ_1 und λ_2 in N gleich große – durch die Auflösung von MODTRAN vorgegebene – Abschnitte unterteilt. Die Schrittweite h beträgt dabei:

$$h = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{N} \approx 0.005 \mu m \quad (4)$$

Die Fläche unter der Kurve wird durch die Bildung von Trapezen approximiert, wobei für jedes Intervall ein Trapez geformt wird. Die Fläche eines Trapezes wird durch den Mittelwert der Funktionswerte an den Endpunkten multipliziert mit der Breite des Intervalls approximiert. Dies führt zu den folgenden Formeln:

$$A_{\text{blaue Kurve}} \approx \sum_{i=1}^N h \cdot \frac{f(\lambda_i) + f(\lambda_{i+1})}{2} \quad (5)$$

Dabei bezeichnen $f(\lambda_i)$ und $f(\lambda_{i+1})$ die Funktionswerte an den diskreten Wellenlängenpunkten, die aus der erstellten Tabelle 1 entnommen werden können.

Die Gesamtfläche wird durch die Summe aller Trapezflächen approximiert, wobei die Fläche eines jeden Trapezes durch den Mittelwert der Funktionswerte an den Endpunkten des betreffenden Intervalls und die Breite des Intervalls bestimmt wird.

In Bezug auf den absorbierten Anteil lässt sich gemäß der MODTRAN-Simulation folgende Gleichung aufstellen:

$$\textit{Absorption} = \textit{Fläche unter roter Kurve} - \textit{Fläche unter blauer Kurve}$$

Diese Gleichung wird nun für jede von MODTRAN simulierte CO_2 -Konzentration berechnet. Die Differenzleistung relativ zu 280 ppm wurde durch Subtraktion der Differenz bei 280 ppm von den übrigen Differenzen berechnet. Das Ergebnis ist die Differenzleistung relativ zu 280 ppm:

$$\textit{Absorption relativ zu 280 ppm} = (\textit{Absorption} - \textit{Absorption bei 280 ppm})$$

Ein Vergleich der aus den MODTRAN-Rohdaten berechneten Einzelwerte mit den Werten der IPCC-RF-Formel zeigt, dass bei Verwendung eines additiven Korrekturfaktors, welcher die theoretische Absorption über die gesamte Atmosphäre berücksichtigt (und nicht nur bis 100 km, das MODTRAN-Maximum), eine nahezu 100-prozentige Übereinstimmung erzielt wird. Dieser Korrekturfaktor führt zu einer leichten Anhebung der Einzelwerte, ohne den Verlauf zu verändern. Der nachfolgende Plot (Abb. 12) zeigt das Ergebnis.

4 Die Berechnung der zugrundeliegenden Absorptionsquerschnitte der MODTRAN-Simulation/der IPCC-RF-Formel

Um die Korrektheit der MODTRAN-Modellierung und der daraus resultierenden RF-Formel des IPCC zu verwerfen, ist als letzter Schritt die Ermittlung des zugrunde liegenden Absorptionsquerschnitts erforderlich. Da alle weiteren Parameter, darunter die Höhe der Atmosphärensäule, die emittierte langwellige Strahlung und die Wellenlänge bereits festgelegt sind, stellt dies kein Problem dar. Folglich kann die IPCC-RF-Formel als korrektes Modell der Wirklichkeit betrachtet werden, sofern die wellen- und konzentrationsabhängigen Absorptionsquerschnitte den aus der HITRAN-Datenbank ermittelten Werten entsprechen. Weichen sie davon ab, liegt ein bedeutsamer Widerspruch vor, der den Nachweis erbringt, dass die IPCC-RF-Formel nicht korrekt sein kann.

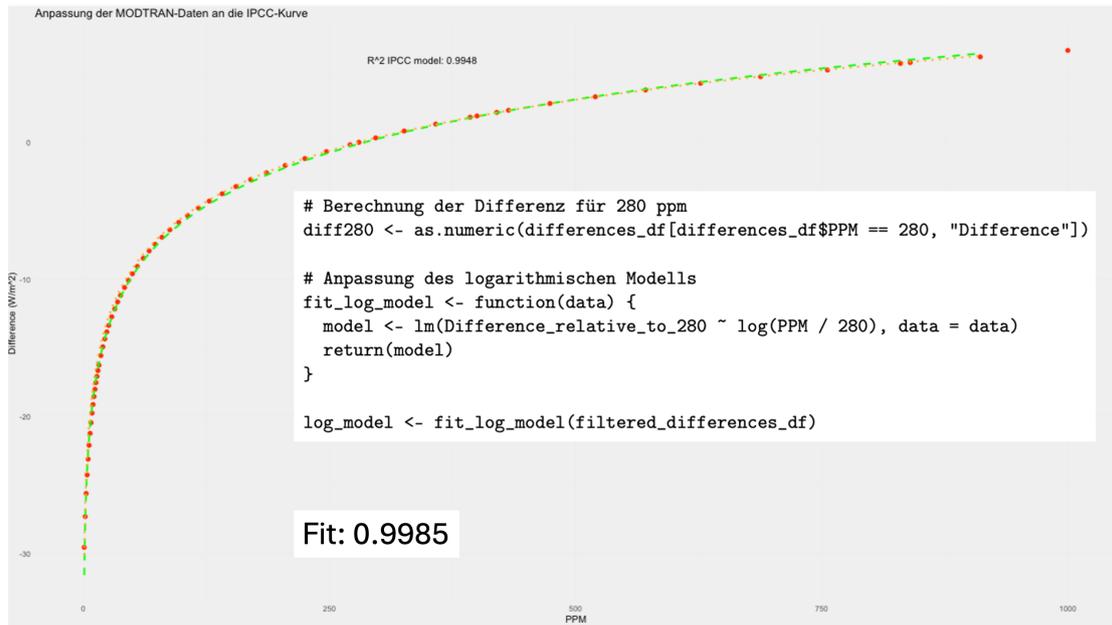


Abbildung 12: Übereinstimmung der IPCC-RF-Formel und der modellierten MODTRAN-Absorptionen

Die Wellenbereiche, die MODTRAN ausgibt, sind auf $0.05\mu m$ genau aufgelöst. Damit kann man für jeden Wellenbereich die ausgehende langwellige Strahlung I_0 und die nachgewiesene Reststrahlung in z. B. 100 Kilometer Höhe mit Hilfe der Integration berechnen. Analog zu den Formeln [3](#) bis [5](#) wrd für jeden Wellenbereich der MODTRAN-Auflösung die in diesem Bereich modellierte Restenergie in 100 km Höhe ermittelt bzw. der ersten Tabelle entnommen.

$$I_0(\lambda_i) = \int_{\lambda_i}^{\lambda_{i+1}} B(\lambda, T) d\lambda \quad (6)$$

und

$$I(\lambda_i) = h \cdot \frac{f(\lambda_i) + f(\lambda_{i+1})}{2} \quad (7)$$

Die konzentrations- und wellenlängeabhängigen Werte $I(\lambda_i, C)$ können aus der ersten Tabelle entnommen werden. Durch Lösen der Boltzmann-Formel ($I = I_0 \cdot e^{-\sigma \cdot C \cdot l}$) nach σ und Einsetzen der entsprechenden Werte lässt sich für jede CO_2 -Konzentration und jede Wellenlänge (bzw. jeden Wellenbereich) der resultierende Absorptionsquerschnitt berechnen.

$$\sigma(\lambda_i, C) = \frac{\ln(I_0(\lambda_i)/I(\lambda_i))}{C \cdot l} \quad (8)$$

mit

- C = Konzentration in ppm
- l = Höhe der Atmosphärensäule

Dies führt zu folgenden konzentrations- und wellenlängenabhängigen Größen für $\sigma(\lambda_i, C)$ (Abb. 13):

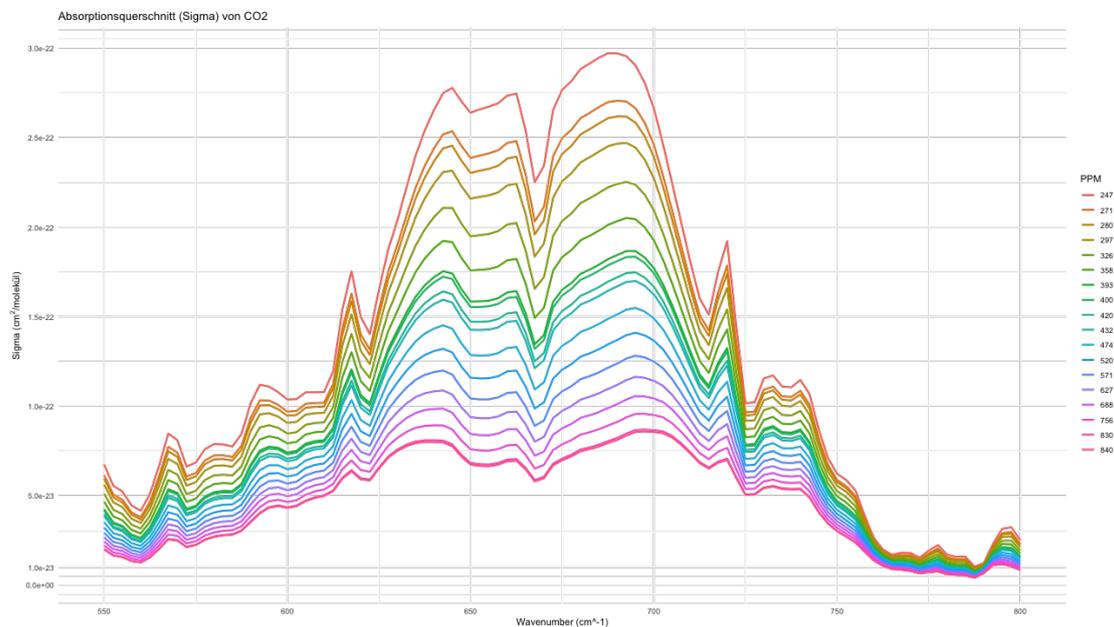


Abbildung 13: konzentrations- und wellenlängenabhängige Absorptionsquerschnitte von CO_2 gemäß der IPCC-FR-Formel / MODTRAN-Simulation

5 Fazit

Die Anwendung der IPCC-RF-Formel bzw. der MODTRAN-Simulation erfordert die implizite Annahme deutlich kleinerer Werte für den wellenlängenabhängigen CO_2 -Absorptionsquerschnitt als es gemäß Berechnung der HITRAN-Daten der Fall sein sollte. Des Weiteren werden bei steigenden Konzentrationen die wellenlängenabhängigen Absorptionsquerschnitte nicht – wie korrekt – größer, sondern kleiner. In Randbereichen sowie

im Hauptwirkungsbereich von CO_2 lässt sich eine Verkleinerung von einer bis zu vier Größenordnungen nach unten beobachten. Dies lässt den Schluss zu, dass die von Myhre (1998) berechnete und seitdem nie wieder an neue Satellitendaten angepasste Formel die Wirklichkeit nicht korrekt wiedergibt.

Daher wird vorgeschlagen, unter Zuhilfenahme der HITRAN-Daten sowie der NASA-GesDisc-Daten (<https://disc.gsfc.nasa.gov/>; gemessene ausgehende langwellige Strahlung in 100 km Höhe) eine realistische Abschätzung der Formel im Rahmen einer Worst-Case-Betrachtung zu ermitteln. Der Autor dieser Zeilen beabsichtigt, dies zu tun.

Literatur

- Anderson, G. P., Berk, A., Acharya, P., Bernstein, L. S., Muratov, L., Lee, J., Fox, M. J., Pukall, B., Adler-Golden, S. M., & Chetwynd, J. H. (2000). MODTRAN4: Radiative transfer modeling for remote sensing. *Proc. of SPIE Vol. 4049*, 176–183.
- Berk, A., Bernstein, L. S., & Robertson, D. C. (1987). MODTRAN: A moderate resolution model for LOWTRAN 7. *AFGL-TR-87-0220. Air Force Geophysics Lab.*
- Goody, R., & Yung, Y. (1989). *Radiative Forcing of Climate Change* (Bd. 42). AIP Publishing.
- Gordon, I. E., Rothman, L. S., Hargreaves, R. J., Hashemi, R., Karlovets, E. V., Skinner, F. M., et al. (2022). The HITRAN2020 molecular spectroscopic database. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 277, 107949. <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2021.107949>
- Houghton, J. (2001). *The Physics of Atmospheres* (3rd). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139171069>
- Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). (2013). Climate Change 2013: The Physical Science Basis. <https://www.ipcc.ch/report/ar5/wg1/>
- Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). (2021). Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. *Cambridge University Press*. <https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/>
- Lacis, A. A., Schmidt, G. A., Rind, D., & Ruedy, R. A. (2010). The importance of carbon dioxide as a climate forcing. *Science*, 330(6002), 356–359. <https://doi.org/10.1126/science.1190653>
- Mlawer, E. J., Clough, S. A., Brown, P. D., Tobin, D. C., & Turner, D. D. (2000). Radiative transfer for inhomogeneous atmospheres: RRTM, a validated correlated-k model for the longwave. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 105(D14), 17143–17160.
- Myhre, G., & Shindell, D. (2014). Anthropogenic and Natural Radiative Forcing. In T. F. Stocker, D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S. K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex & P. M. Midgley (Hrsg.), *Climate Change 2013: The*

- Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC)* (S. 659–740). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.018>
- Myhre, G., Highwood, E. J., Shine, K. P., & Stordal, F. (1998). New estimates of radiative forcing due to well mixed greenhouse gases. *Geophysical Research Letters*, *25*(14), 2715–2718. <https://doi.org/10.1029/98GL01908>
- Myhre, G., Shindell, D., Bréon, F.-M., Collins, W., Fuglestedt, J., Huang, J., Koch, D., Lamarque, J.-F., Lee, D., Mendoza, B., Nakajima, T., Robock, A., Stephens, G., Takemura, T., & Zhang, H. (2013). Anthropogenic and Natural Radiative Forcing. In: *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* (eds. Stocker, T.F., Qin, D., Plattner, G.-K., Tignor, M., Allen, S.K., Boschung, J., Nauels, A., Xia, Y., Bex, V., Midgley, P.M.), 659–740. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.018>
- NASA Earth Observatory. (2019). Climate Sensitivity: A Line of Evidence for Anthropogenic Climate Change. <https://earthobservatory.nasa.gov/features/ClimateSensitivity>
- National Center for Atmospheric Research (NCAR). (2018). Understanding Climate Sensitivity. <https://ncar.ucar.edu/what-we-offer/education-outreach/climate-change/climate-sensitivity>
- Perrin, A., & Hartmann, J.-M. (1989). Temperature dependence of absorption cross sections of atmospheric gases. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, *94*(D13), 16091–16103.
- Pierrehumbert, R. T. (2010). Principles of Planetary Climate.
- Pinnock, S., Shine, K. P., Hurley, M. D., & Wallington, T. J. (1995). Radiative forcing of climate by hydrochlorofluorocarbons and hydrofluorocarbons. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, *100*(D9), 23227–23238.
- Ramanathan, V., & Vogelmann, A. M. (1997). Greenhouse effect, atmospheric solar absorption and the Earth’s radiation budget: From the Arrhenius-Langley era to the 1990s. In D. A. Randall (Hrsg.), *The Atmospheric Radiation Measurement (ARM) Program: The First Science Team Meeting* (S. 125–145). U.S. Department of Energy. <https://doi.org/10.2172/543363>
- Ramaswamy, V. (2001). Radiative Forcing of Climate Change. In J. T. Houghton, Y. Ding, D. J. Griggs, M. Noguer, P. J. van der Linden, X. Dai, K. Maskell & C. A. Johnson (Hrsg.), *Climate Change 2001: The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC)* (S. 349–416). Cambridge University Press. <https://www.ipcc.ch/report/ar3/wg1/>
- Rothman, L. S., Gordon, I. E., Babikov, Y., Barbe, A., Benner, D., Bernath, P. F., Birk, M., Boudon, V., Brown, L. R., Campargue, A., et al. (2013). The HITRAN2012 molecular spectroscopic database. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, *130*, 4–50.

- Shine, K. P., Derwent, R. G., Wuebbles, D. J., Morcrette, J.-J., et al. (2024). Radiative Forcing and Climate Response [Forthcoming]. In TBD (Hrsg.), *Climate Change 2024: The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Seventh Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC)*. Cambridge University Press. <https://www.ipcc.ch/report/ar7/wg1/>
- Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt, K. B., Tignor, M., & Miller, H. L. (2007). Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. *Cambridge University Press*. <https://www.ipcc.ch/report/ar4/wg1/>
- Tyndall, J. (1861). On the absorption and radiation of heat by gases and vapours, and on the physical connexion of radiation, absorption, and conduction. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 151, 1–36.
- Yang, H., Crisp, D., & Titov, D. V. (2000). CO₂ absorption coefficient models for the Venus atmosphere. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 65(3), 321–339.