Mathematischer Nachweis der Unrichtigkeit der IPCC-RF-Formel

Pfullie Pfulsk

18. September 2024

1 Die Theorie des IPCC: Der Strahlungsantrieb als Ursache für die globale Erwärmung

Der Nachweis der Wirksamkeit von CO_2 auf die Erwärmung der Erdatmosphäre wird vom IPCC prominent mit der Theorie des Strahlungsantriebs erklärt (Myhre und Shindell, 2014; Ramaswamy, 2001; Shine et al., 2024). Diese Theorie geht davon aus, dass die ausgehende langwellige Strahlung in der Erdatmosphäre absorbiert wird. Die gesamte Energie entweicht also nicht ins Weltall, sondern kühlt die Erde weniger stark ab.

Das ist nicht falsch. Sogenannte klimawirksame Gase wie Wasserdampf (H_2O) , Kohlendioxid (CO_2) , Methan (CH_4) und Lachgas (N_2O) spielen dabei eine entscheidende Rolle - mit unterschiedlichem Wirkungspotenzial. Durch ihre Fähigkeit, langwellige Infrarotstrahlung zu absorbieren und wieder abzugeben, tragen sie zur Erwärmung der Atmosphäre bei. Wenn es auf der Erde keine Atmosphäre gäbe, würde die Durchschnittstemperatur auf der Erde bei -18° Celsius liegen. Durch die zurückgehaltene Energie jedoch beträgt die globale Mitteltemperatur der Erde etwa 15° Celsius.

Das IPCC verwendet diesen Strahlungsantrieb (Radiative Forcing, RF) als wesentliche Größe zur Quantifizierung des Einflusses der sogenannten Treibhausgase auf die Erdtemperatur. Es definiert den Strahlungsantrieb als die Änderung der Strahlungsbilanz der Erde, also der Differenz zwischen der Energie, die durch Sonnenstrahlung auf der Erde ankommt und von ihr absorbiert wird, und der Energie, die von der Erde durch Strahlung wieder in den Weltraum abgegeben wird (Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), [2021]). Ein positiver Strahlungsantrieb bedeutet, dass mehr Energie in das System eintritt als es verlässt, was zu einer Erwärmung führt (Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), [2013]). Diese Änderung des Energieflusses in das Klimasystem der Erde wird vom IPCC in W/m² angegeben.

Vereinfacht ausgedrückt: Je mehr Energie von der Atmosphäre absorbiert und nicht in den Weltraum abgestrahlt wird, desto mehr Energie trifft wieder auf die Erdoberfläche und führt zu einer Erwärmung der Erdoberfläche. Das IPCC macht keine genauen Angaben darüber, um wie viel Grad Celsius sich die Erde erwärmt, wenn ein zusätzliches Watt pro Quadratmeter Erdoberfläche auf die Erdoberfläche trifft. Der Wert dieser sogenannten Klimasensitivität wird lediglich geschätzt - typischerweise auf etwa 0,5 bis 1,0 °C pro W/m² (NASA Earth Observatory, 2019) National Center for Atmospheric Research (NCAR), 2018). Es ist wichtig zu beachten, dass selbst das IPCC einräumt, dass diese Schätzung mit Unsicherheiten behaftet ist, da die genaue Klimasensitivität der Erde beispielsweise durch Rückkopplungsmechanismen (z.B. Wasserdampf, Wolkenbedeckung) variieren kann.

Was das IPCC jedoch genau angibt, ist eine Formel für den Zusammenhang zwischen CO_2 und Strahlungsantrieb. Diese Formel berechnet, wie viel W/m² zusätzlicher Strahlungsantrieb erzeugt wird, wenn zusätzliches CO_2 in die Atmosphäre gelangt. So gibt das IPCC an, dass seit Beginn der industriellen Revolution die CO_2 -Konzentrationen von etwa 280 ppm auf über 400 ppm angestiegen sind, was zu einem erheblichen Strahlungsantrieb von über 2 W/m² geführt hat (Myhre et al., 2013; Solomon et al., 2007).

Die offizielle IPCC-Formel zur Berechnung des Strahlungsantriebs durch CO_2 lautet

$$RF = 5.35 \cdot \ln\left(\frac{C}{C_0}\right) \tag{1}$$

Dabei ist C die heutige CO_2 -Konzentration und C_0 die vorindustrielle CO_2 -Konzentration (280 ppm). Diese Formel wurde entwickelt, um den logarithmischen Zusammenhang zwischen CO_2 -Konzentration und Strahlungsantrieb zu beschreiben (Myhre et al., 1998). Die Herleitung dieser Formel basiert auf umfangreichen theoretischen und empirischen Studien, in denen die strahlungsphysikalischen Eigenschaften von CO_2 und seine Auswirkungen auf die Atmosphäre untersucht wurden (Houghton, 2001). Lacis et al., 2010). Die Konstante 5.35 in der IPCC-Formel stammt aus Arbeiten, die die Strahlungstransfergleichungen unter Berücksichtigung der spektralen Absorption und Emission von CO_2 lösen. Insbesondere Myhre et al. haben diese Konstante anhand von Modellrechnungen und Beobachtungsdaten kalibriert, um eine möglichst gute Übereinstimmung mit den gemessenen Strahlungsantrieben zu erreichen (Myhre et al., 1998).

Diese Formel birgt ein gewisses Bedrohungspotenzial (vgl. Abb. $\boxed{1}$). Eine Erhöhung der CO_2 -Konzentration führt zu einem zusätzlichen Strahlungsantrieb um mehrere W/m² und damit - je nach Klimasensitivität - zu einem mehr oder weniger starken Anstieg der Erdtemperatur - so das IPCC. Diese Annahme ist weit verbreitet und wird in vielen Klimamodellen verwendet, um zukünftige Klimaänderungen aufgrund anthropogener CO_2 -Emissionen abzuschätzen.

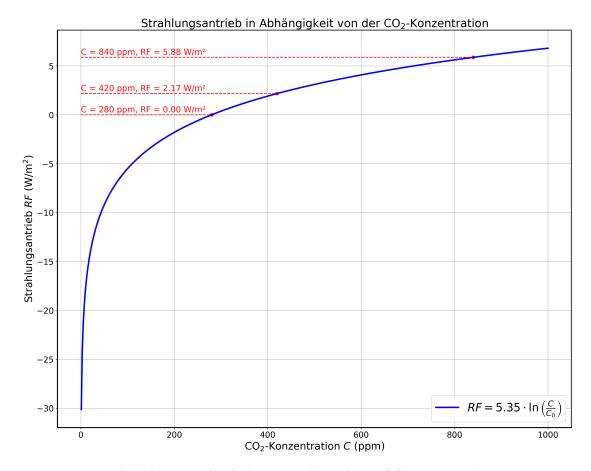


Abbildung 1: Grafische Darstelung der IPCC-RF-Formel

Sie kann jedoch nicht korrekt sein, was sich mit einfachen naturwissenschaftlichen Formeln und Größen leicht nachweisen lässt. Dazu benötigt man nur

- den korrekten Absorptionsquerschnitt von CO_2
- die entsprechenden Formeln für die Absorption elektromagnetischer Strahlung in einem Medium und
- die Vergleichsdaten des IPCC

2 Der Absorptionsquerschnitt von CO2

Zum besseren Verständnis des Nachweises ist es sinnvoll, kurz auf das Thema Absorption und insbesondere auf das Absorptionsvermögen von CO_2 einzugehen.

Die Absorption der emittierten langwelligen Strahlung (Infrarotstrahlung) durch die CO_2 -Moleküle ist ein zentraler Prozess des Treibhauseffektes. Dieser Prozess beruht auf physikalischen Wechselwirkungen zwischen elektromagnetischer Strahlung und den Molekülen in der Atmosphäre. Die Erde empfängt und absorbiert kurzwellige Sonnenstrahlung (hauptsächlich im sichtbaren und nahen Infrarotbereich) von der Sonne. Ein Teil dieser Energie wird von der Erdoberfläche als langwellige Infrarotstrahlung (mit Wellenlängen zwischen 4 und $100\mu m$) wieder abgestrahlt. Diese Strahlung wird als ausgehende langwellige Strahlung (outgoing longwave radiation, OLR) bezeichnet.

Insbesondere die dreiatomigen Moleküle in der Erdatmosphäre haben spezifische Schwingungsübergänge, die bei bestimmten Frequenzen der langwelligen elektromagnetischen Strahlung resonieren. Die Absorption langwelliger Strahlung durch CO_2 erfolgt hauptsächlich im mittleren Infrarotbereich, insbesondere bei Wellenlängen um

- 4,3 µm (entspricht hohen Schwingungsformen)
- 15 μm (entspricht dem stärksten Schwingungsübergang des CO_2 -Moleküls, der so genannten "Biegeschwingung") (Houghton, 2001).

Für die Betrachtung der Formel zur Berechnung der zusätzlichen RF ist vor allem der Bereich um 15 µm entscheidend, da dieser Bereich den größten Beitrag zur Absorption der emittierten langwelligen Infrarotstrahlung (IR) durch CO_2 in der Erdatmosphäre liefert. Dies hängt mit den Schwingungsmoden des CO_2 -Moleküls und der Schwarzkörperstrahlung der Erdoberfläche zusammen. Die Erde emittiert als Folge ihrer Erwärmung durch die Sonne langwellige Infrarotstrahlung, typischerweise im Bereich von 5 bis 50 µm (mit einem Maximum bei etwa 10 μ m). Der Wirkbereich von CO_2 um 15 μ m (mit einem Wirkungsband von etwa 12,5 μm bis 18 μm) ist dabei besonders wichtig, da die Erdoberfläche mit ihrer typischen Temperatur von etwa 288 K in diesem Bereich viel Strahlung emittiert. Auch im Bereich um 4,3 µm (mit einem Wirkungsband von ca. 4,2 µm bis 4,4 μ m) wird Energie von CO_2 absorbiert, allerdings liegt diese Wellenlänge im Bereich des kurzwelligen Infrarots (etwas unterhalb des sichtbaren Lichts). Die Erde strahlt jedoch bei 288 K viel weniger Energie bei 4,3 µm ab, da dieser Bereich im hochenergetischen Teil der Schwarzkörperstrahlung liegt, der eher für viel heißere Objekte (wie die Sonne) typisch ist. Die in diesem Bereich abgestrahlte Energie beträgt weniger als 1% der im 15 µm Wirkungsband abgestrahlten Energie und wird daher im folgenden Nachweis vernachlässigt.

Nach der Absorption gibt es im Wesentlichen zwei Möglichkeiten, wie das CO_2 -Molekül die angeregte Energie wieder abgeben kann:

- Die Wärmeabgabe erfolgt durch Zusammenstöße. In der unteren Atmosphäre, in der die Dichte der Gasmoleküle relativ hoch ist, erfolgt die Abgabe der aufgenommenen Energie durch Zusammenstöße des CO_2 -Moleküls mit anderen Molekülen, beispielsweise mit Stickstoff und Sauerstoff, in Form von Wärme. Dies resultiert in einer Erwärmung der Luft.
- Reemission von Infrarotstrahlung: Das CO₂-Molekül kann die aufgenommene Energie auch in Form eines neuen Infrarot-Photons abgeben. Die Reemission erfolgt in alle Richtungen, wobei 50% der Energie nach oben und 50% nach unten abgegeben werden. Dieser Prozess führt zu einer Erwärmung der Erdoberfläche und der unteren Atmosphäre, da die zurückgestrahlte Strahlung von der Erde wieder absorbiert wird.

In der unteren Atmosphäre (hoher Druck, viele Kollisionen) dominiert der kollisionsbedingte Energieaustausch. Das Wahrscheinlichkeitsverhältnis ist hier stark zugunsten der Kollisionen verschoben, so dass die Wärmeabgabe durch Kollisionen in der Troposphäre wesentlich wahrscheinlicher ist als die Reemission. In typischen Situationen liegt das Verhältnis oft bei etwa 99:1 oder noch stärker zugunsten der Kollisionen.

Um die Absorption der langwelligen Strahlung im Wirkungsband um 15 μ m zu ermitteln, ist die Definition des Begriffs Absorbtionsquerschnitt erforderlich. Der Absorptionsquerschnitt eines Moleküls, wie beispielsweise von Kohlendioxid (CO_2), beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Molekül Photonen (Lichtteilchen) einer bestimmten Wellenlänge absorbiert. Er stellt somit ein Maß für die Wirksamkeit eines Moleküls dar, elektromagnetische Strahlung bei einer bestimmten Frequenz zu absorbieren.

Im Kontext der Erforschung des Treibhausgases Kohlenstoffdioxid (CO_2) ist der Absorptionsquerschnitt von besonderem Interesse, da er beschreibt, wie CO_2 -Moleküle bestimmte Wellenlängen von Infrarotstrahlung absorbieren. Der Absorptionsquerschnitt wird in der Regel in Quadratmetern (m^2) angegeben, wobei häufig eine Kombination mit der Anzahl der Moleküle (pro Molekül) erfolgt.

Besonders effektiv absorbiert CO_2 Infrarotstrahlung in bestimmten Spektralbereichen, etwa bei Wellenlängen um 15 Mikrometer $(15\mu m)$, wo CO_2 starke Absorptionslinien aufweist. Es sei jedoch angemerkt, dass auch innerhalb dieses Wirkungsbereichs die Absorptionswahrscheinlichkeit je nach Wellenlänge starken Schwankungen unterliegt. In stark vereinfachter Darstellung lässt sich sagen, dass ein CO_2 -Molekül für elektromagnetische Wellen unterschiedlicher Wellenlänge eine unterschiedliche "Größe" aufweist. Der effektive Absorptionsquerschnitt von CO_2 ist zudem von weiteren Faktoren abhängig, darunter:

- Die Konzentration spielt eine maßgebende Rolle für den Absorptionsquerschnitt, da sich Moleküle in hoher Dichte gegenseitig beeinflussen können, was zu einer Verschiebung der Position und Form der Absorptionslinien führt.
- Der Temperatur kommt ebenfalls eine bedeutsame Bedeutung zu, da bei höheren Temperaturen eine größere Anzahl an Molekülen in angeregten Zuständen vorliegt. Dies führt zur Aktivierung zusätzlicher Absorptionslinien oder Rotationsübergänge.
- Auch der Umgebungsdruck hat einen maßgeblichen Einfluss auf die Absorption.
 Bei höheren Drücken vergrößert sich der Bereich der Frequenzen, bei denen Absorption stattfindet, während sich gleichzeitig die maximale Absorption bei der Resonanzfrequenz verringert.

Folglich kann kein exakter einzelner Wert für den Absorptionsquerschnitt angegeben werden. In der Literatur werden unterschiedliche Größen genannt, die alle im Bereich von 10^{-20} bis $10^{-22}m^2$ pro Molekül im infraroten Spektralbereich, abhängig von der Wellenlänge, liegen:

- Bereits 1861 berichtete Tyndall über Absorptionsquerschnitte im Bereich 10^{-22} bis 10^{-20} m²/Molekül (Tyndall, 1861).
- Myhre et al. (1998) berichten von Absorptionsquerschnitten im Bereich von $1.5 \times 10^{-22} \text{ m}^2/\text{Molekül}$ bei Wellenzahlen um 667 cm^{-1} (Myhre et al., 1998).
- Die Arbeit von Perrin und Hartmann (1989) beschreibt Absorptionsquerschnitte für CO_2 im Bereich von 1.3×10^{-22} m²/Molekül Perrin und Hartmann, 1989.
- Goody und Yung (1989) berichten über Werte im Bereich von 10^{-22} bis 10^{-21} m²/Molekül (Goody und Yung, 1989). Pinnock et al. (1995), Mlawer et al. (2000) Yang et al. (2000) und Pierrehumbert (2010) geben ähnliche Größenordnungen an (Mlawer et al., 2000) Pierrehumbert, 2010; Pinnock et al., 1995; Yang et al., 2000).
- Rothman et al. (2013) bzw. Gordon et al. (2022) geben in der HITRAN-Datenbank Absorptionsquerschnitte für CO_2 an, die im Bereich von 1×10^{-22} bis 2×10^{-22} m²/Molekül liegen (Gordon et al., 2022); Rothman et al., 2013).

Die HITRAN-Datenbank (Gordon et al., $\boxed{2022}$) stellt die beste verfügbare Quelle für die Quantifizierung des Absorptionsquerschnitts von CO_2 dar. Der Name HITRAN steht für $HIgh\text{-}resolution\ TRANsmission\ }$ und bezeichnet eine Sammlung von Daten, die für die Analyse der Interaktion von Molekülen mit Licht, insbesondere im Bereich der Infrarotund Mikrowellenstrahlung, von essenzieller Bedeutung sind. Die Verantwortung für den Betrieb der Datenbank obliegt dem Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics (CfA). Die Datenbank unterliegt einer kontinuierlichen Aktualisierung und Pflege, um den neues-

ten wissenschaftlichen Erkenntnissen und Messungen Rechnung zu tragen. Im Wirkungsband um $15\mu m$ stellt die HITRAN-Datenbank lückenlose Werte bereit.

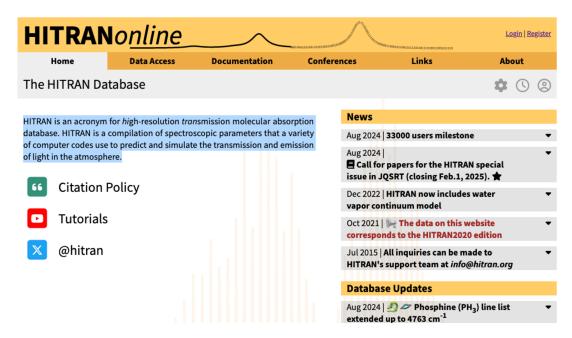


Abbildung 2: Startseite der HITRAN-Datenbank

Für die exakte Bestimmung des Absorptionsquerschnitts von CO_2 in Abhängigkeit von Wellenlänge, Konzentration, Temperatur und Druck sind im Wesentlichen spektrale Linienprofile erforderlich, welche detaillierte Informationen zu den Wellenlängen, Intensitäten, Breiten und weiteren Eigenschaften der Absorptions- und Emissionslinien von Molekülen liefern. Die HITRAN-Datenbank stellt für Wissenschaftler, die sich mit atmosphärischer Forschung, Klimamodellierung und Fernerkundung befassen, ein essenzielles Arbeitsinstrument dar (Abb. $\boxed{2}$ und $\boxed{3}$).

Die Berechnung der wellenabhängigen Absorptionsquerschnitte erfordert die Kenntnis der Linienintensitäten σ . Diese Größe gibt das Ausmaß an, in dem ein bestimmtes Molekül Licht bei einer bestimmten Frequenz absorbiert. Die Größe ist direkt proportional zur Menge der absorbierten Strahlung und wird häufig in Einheiten wie $cm^{-1} \cdot molecule^{-1} \cdot cm^{-2}$ angegeben. Des Weiteren ist die Halbwertsbreite der Linie (auch als λ , FWHM, Full Width at Half Maximum bezeichnet) von Bedeutung, welche die Breite der Linie beschreibt. Schließlich ist die Frequenz der Linienmitte (auch als Resonanzfrequenz bezeichnet) eine wichtige Größe.

Die Anzahl der Resonanzfrequenzen von Kohlenstoffdioxid ist signifikant hoch. Die Wahrscheinlichkeit für die Absorption elektromagnetischer Strahlung mit einer definierten Wellenlinie wird über die gesamte Bandbreite mithilfe von Lorenz-Profilen angegeben. Das Lorentz-Profil stellt eine mathematische Funktion dar, welche dazu dient, die Form von

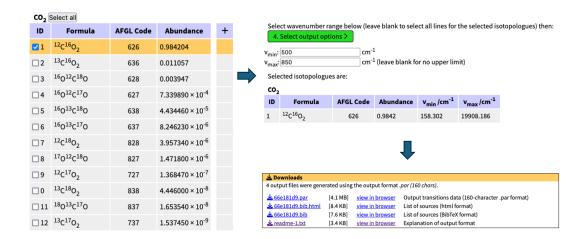


Abbildung 3: Auswahl der benötigten Größen für die Berechnung des Absorptionsquerschnittes

Parameter	Units	Err	Ref
Global isotopologue ID			
Molecule ID			
θ ν	cm ⁻¹	~	~
1 S	cm ⁻¹ /(molec·cm ⁻²)	~	~
$\gamma_{\rm self}$	cm⁻¹·atm⁻¹	~	~

$$\sigma(
u) = S \cdot rac{1}{1 + (rac{
u -
u_0}{\gamma/2})^2}$$

Abbildung 4: Auswahl von ν , σ und λ in der HITRAN-DB; Formel zur Berechnung einer Lorentz-Kurve für eine definierte Wellenlänge

Linien in Spektren zu beschreiben. Hierbei findet insbesondere die Breite und Form von Absorptions- oder Emissionslinien Berücksichtigung. In der Spektroskopie findet das Lorentz-Profil häufig Anwendung, um die Verteilung der Intensität in der Nähe der Linienmitte zu modellieren. Insbesondere bei der Bestimmung der Linienbreite durch Wechselwirkungen wie Druck- oder Stark-Effekte erweist sich das Lorentz-Profil als nützliche mathematische Funktion. Abb. 4 zeigt die benötigten Größen in der HITRAN-Darstellung und die Formel zur Berechnung des wellenabhängigen Absorptionsquerschnittes für ein einzelnes Lorentz-Profil.

Im vorliegenden Kontext sind beispielsweise für den Bereich von $14.93-14.88\mu m$ folgende Absorptionslinien verzeichnet (Abb. $\boxed{5}$):

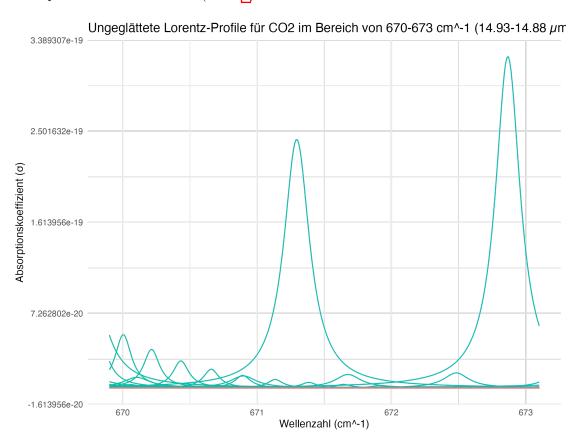


Abbildung 5: Ungeglättete Lotentz-Profile im Bereich von $14.93-14.88\mu m$

Die Addition der Lorenzkurven erlaubt die Ermittlung der Absorptionswahrscheinlichkeit für jede definierte Wellenlänge. Es zeigt sich eine signifikante Schwankung der Absorptionswahrscheinlichkeit zwischen den verschiedenen Wellenlängen. In einigen Fällen ist die Absorptionswahrscheinlichkeit von einer äußerst geringen Höhe, während sie in anderen Fällen eine signifikant höhere Ausprägung aufweist.

Eine starke Glättung der summierten Absorptionslinien resultiert in folgenden wellenlängenund konzentrationsabhängigen Absorptionsquerschnitten (Abb. 6).

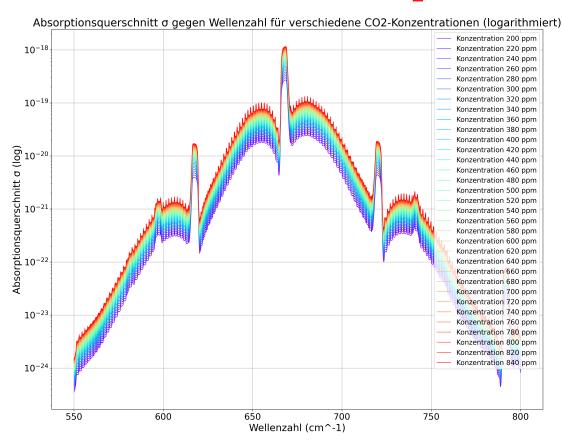


Abbildung 6: Absorptionsquerschnitt σ gegen Wellenzahl für verschiedene CO_2 Konzentrationen (logarithmiert)

Eine grafische Darstellung des wellenlängenabhängigen Absorptionsquerschnitts ohne vorherige Glättung der summierten Absorptionslinien bringt relativ wenig Gewinn, da die resultierende Kurve eine zu hohe Komplexität aufweist. Die Absorptionsquerschnitte nahe zusammenliegender Wellenlängen sind durchaus sehr unterschiedlich, da die Absorptionslinien von CO_2 je nach Wellenlänge sehr unterschiedlich ausfallen (Abb. 7). EIn Weiterrechnen mir den präzisen, ungeglätteten Daten ist jedoch sinnvoll; schließlich erreichen auch moderne Spektrometer in der Praxis eine Auflösung im Bereich von wenigen Pikometern bis Sub-Pikometern, was eine Messgenauigkeit von Wellenlängen auf $0.001\mu m$ ermöglicht.

Es kann festgehalten werden, dass der Absorptionsquerschnitt von CO_2 im Wirkungsband von $12.5-18\mu m$ zwischen 10^{-24} und $10^{-18}m^2$ liegt. Bei einer Zunahme der Konzentration (von 200 ppm bis 840 ppm) erfolgt ein Zuwachs des Absorptionsquerschnitts um ca. eine halbe Größenordnung über das komplette Wirkungsband hinweg.